

## Une modélisation analytique des stratégies d'endettement de l'État<sup>1</sup>

Pour couvrir son besoin de financement, l'État s'endette en émettant des titres obligataires, les Valeurs du Trésor. Les obligations émises sont à taux nominal fixe ou, depuis 1998, indexé sur l'inflation. L'arrivée de ce nouvel instrument de financement a multiplié les stratégies envisageables par l'État.

**La mission du gestionnaire de la dette de l'État (l'Agence France Trésor) est de minimiser le coût de financement à moyen terme, tout en tenant compte du risque.** Elle implique notamment le choix de la part de la dette indexée, parce que celui-ci influence le coût et le risque liés au financement. Alors que le coût peut naturellement être mesuré par la moyenne sur longue période des charges d'intérêt (en points de PIB), la mesure de risque doit représenter la «variabilité» de ces charges. En réalité, plusieurs mesures du risque peuvent être considérées : la variabilité à un horizon donné de la charge d'intérêt ou celle du solde budgétaire, la volatilité (ampleur des variations année après année) ou bien encore la dispersion (éloignement moyen à une valeur centrale).

Des mesures de coût et de risque peuvent être effectuées à partir de simulations d'un grand nombre de scénarii macro-financiers auxquels sont appliquées plusieurs stratégies d'endettement, correspondant à différentes parts d'encours de dette indexée. Les résultats obtenus sont les suivants :

- **Une augmentation de la part d'obligations indexées réduit la charge d'intérêt moyenne, car l'État, en vendant une assurance contre l'inflation, économise une prime de risque. Mais la variabilité de cette charge est augmentée du fait de la hausse de l'exposition à l'inflation.**
- **Cependant, l'influence de la part indexée de la dette sur la variabilité du solde budgétaire n'est pas aussi tranchée du fait de l'existence d'un effet de «lissage budgétaire» : augmenter cette part ne conduit pas forcément à une hausse de la variabilité du solde budgétaire** car en haut de cycle, le service de la dette liée à l'inflation est plus élevé en moyenne et vient lisser les gains budgétaires provenant de meilleures rentrées fiscales. **Les simulations suggèrent qu'une augmentation de la partie indexée de la dette dans l'encours total jusqu'à 20% pourrait diminuer à la fois le coût et la variabilité budgétaires.**
- Les estimations précédentes affichent une relative robustesse dans l'ensemble aux choix méthodologiques, mais elles reposent sur un nombre élevé d'hypothèses concernant la dynamique des variables macroéconomiques et financières de ces prochaines décennies. Par ailleurs, **elles ne permettent pas de quantifier l'impact d'autres éléments** comme la diversification de la base d'investisseurs ou le service rendu au marché en élargissant la palette des instruments de couverture.

1. Ce document a été élaboré sous la responsabilité de la Direction Générale du Trésor et de la Politique Économique et ne reflète pas nécessairement la position du Ministère de l'Économie, des Finances et de l'Industrie.

# *Sommaire*

## *des derniers numéros parus*

---

- Fév. 2006** n°98 • Les indicateurs de retournement : des compléments utiles à l'analyses conjoncturelle, *Pierre Emmanuel Ferraton*
- Janv. 2006** n°97 • Bilan des finances locales depuis 1980, *Julie Marcoff*
- n°96 • Mondialisation et marché du travail dans les pays développés, *Nadia Terfous*
- n°95 • Les interventions de change japonaises semblent faire s'apprécier l'euro à court terme, *Benjamin Delozier*
- Déc. 2005** n°94 • Croissances et réformes dans les pays arabes méditerranéens, *Jacques Ould-Aoudia*
- n°93 • L'Asie émergente et la libéralisation du compte de capital, *Pierre Mongrué, Marc Robert*
- n°92 • Influence de la fiscalité sur les comportements d'épargne, *Maud Aubier, Frédéric Cherbonnier, Daniel Turquety*
- Nov. 2005** n°91 • La présence française en Asie, *Stéphane Cieniewski*
- n°90 • Prix de l'Immobilier Résidentiel et Sphère Financière, *Sébastien Hissler*
- n°89 • Un bilan de l'émission des obligations françaises indexées sur l'inflation, *Benoît Coeuré, Nicolas Sagnes*
- Oct. 2005** n°88 • Perspectives d'élargissement de la zone euro, *Vanessa Jacquelin*
- n°87 • Les externalités budgétaires dans la zone euro, *Benjamin Carton*
- n°86 • Le rôle du raffinage dans l'évolution récente des prix à la pompe, *Julie Muro*
- Sept. 2005** n°85 • La situation économique mondiale à l'automne 2005, *Nathalie Fourcade*
- n°84 • Taux d'actualisation public et calcul économique, *Fabien Delattre, Adrien Véron*
- n°83 • Évolution de l'emploi public en France et au Royaume-Uni depuis 1980 : éléments de comparaison, *Patrick Taillepiéd*
- n°82 • Pourquoi le solde commercial américain a-t-il continué de se dégrader depuis 2002 malgré la dépréciation du dollar ? *Pierre Beynet, Éric Dubois, Damien Fréville, Alain Michel*
- n°81 • Politique familiale et taille de la famille, *Maryse Fesseau, Layla Ricoch*
- Août 2005** n°80 • Y-a-t'il un excès de liquidité ? *Benjamin Delozier, Sébastien Hissler*

L'État s'endette auprès des marchés pour couvrir son besoin de financement, qui est la somme de son déficit budgétaire et de l'amortissement de sa dette. Afin de couvrir les besoins de financement, l'État dispose de titres de maturités très différentes (de 3 mois à 50 ans), parfois à taux fixe, parfois indexés sur des quantités macroéconomiques (inflation française et européenne) ou financières (taux variable dans les années 1990)<sup>2</sup>. **Le choix de la composition de ce programme de financement obéit à quelques grands principes, comme la régularité** (les adjudications sont à date fixe), **la transparence** (les titres émis et leur volume souhaité sont annoncés au marché suffisamment tôt avant l'adjudication) **et la prédictibilité** (l'État émet sur des certaines maturités des lignes de référence qu'il porte à un encours suffisant, typiquement 15 à 20 Md €). **Ces grands principes traduisent la mission de l'Agence France Trésor qui est de minimiser le coût de financement de l'État tout en tenant compte du risque.**

La politique d'émission tient compte des demandes des investisseurs (assureurs, fonds de pension, gérants d'OPCVM...) pour que le marché des valeurs du Trésor soit le plus large possible et, ainsi, permette à la France d'émettre au coût le plus faible pour le contribuable. Ainsi, ces dernières années, la demande des investisseurs s'est portée sur les titres de maturité longue en raison de la constitution d'épargne pour la retraite et sur les titres indexés sur l'indice des prix à la consommation hors tabac (français ou de la zone euro) de toutes maturités.

**En pratique, l'État dispose donc de marges de manœuvre réduites sur sa politique d'émission.** Mais cela n'empêche pas l'État de mener une réflexion sur la stratégie d'endettement qui serait optimale en termes de coût et de risque. L'État peut par exemple recourir en pratique à des instruments financiers de type produits dérivés qui permettent de moduler le profil de risque du portefeuille de la dette sans impacter la politique primaire. Par exemple, en 2001 et 2002, l'AFT a mis en oeuvre une politique de réduction de la durée<sup>3</sup> de la dette de l'État via un programme de contrats d'échange de taux d'intérêt («swaps»).

**Afin de gérer sa dette le plus efficacement possible, l'État doit pouvoir estimer les implications, notamment en termes de coût et de risque d'une stratégie d'endettement donnée.** L'objectif de la méthodologie présentée ici est de pouvoir comparer entre elles différentes stratégies d'endettement de l'État.

2. La dette négociable de l'État se répartissait fin 2005 de la manière suivante : 68% d'OAT (titres de maturité supérieure ou égale à 10 ans), 22% de BTAN (maturités 2 et 5 ans) et 11% de BTF (titres de maturité inférieure à 1 an).

3. La durée est une somme pondérée des durées avant versement des flux futurs générés par un portefeuille de titres.

## 1. Théorie et pratique de la gestion de la dette

### 1.1 La gestion de la dette en théorie

Historiquement, la gestion de la dette s'appréciait en fonction de son impact sur la politique monétaire. Mais dans la plupart des pays et au sein de la zone euro, la banque centrale est désormais en charge de la gestion des réserves et les ministères des finances de celle de la dette. Une telle séparation est d'ailleurs vue comme nécessaire par les gouvernements du fait de possibles conflits d'intérêts entre politique monétaire et gestion de la dette<sup>4</sup>.

La théorie de la gestion optimale de la dette retient un éventail d'objectifs, parmi lesquels la stabilisation macroéconomique, le développement des marchés financiers nationaux ou encore la minimisation des coûts et des risques. Il peut être aussi dans certains cas un soutien de la politique monétaire.

Dans un papier de référence sur ce sujet<sup>5</sup>, Barro analyse la taxation optimale en trois étapes successives : l'équivalence ricardienne, l'introduction de l'effet distorsif des taxes et enfin l'incertitude vis à vis du futur.

- L'équivalence ricardienne énonce que sous certaines hypothèses (modèle à agent représentatif, à horizon infini et avec des marchés complets), l'endettement de l'État n'a aucun impact sur l'activité économique : un niveau d'endettement élevé de l'État aujourd'hui est perçu par les ménages comme devant entraîner des hausses d'impôt demain, ce qui les conduit à épargner. La consommation resterait donc inchangée, contrairement à l'idée keynésienne selon laquelle un creusement du déficit peut augmenter la demande agrégée<sup>6</sup>.
- Mais pour Barro, **l'hypothèse d'équivalence ricardienne est mise en échec par l'effet distorsif des taxes.** La perte de «bien-être» croît plus que linéairement avec les variations du taux d'imposition, puisque la perte totale créée par une augmentation de l'imposition à une certaine période et une diminution égale à une seconde période est plus élevée que si le taux était resté

4. Une banque centrale qui serait en charge de ces deux fonctions pourrait par exemple être peu encline à augmenter les taux d'intérêt pour contrôler des pressions inflationnistes puisque ceci augmenterait les charges de la dette. En outre, cette banque centrale pourrait être tentée de manipuler les marchés financiers pour diminuer les taux d'intérêt auxquels le gouvernement emprunte ou encore diminuer le montant réel du stock de dette en favorisant l'inflation. Elle pourrait également injecter des liquidités sur les marchés juste avant ses opérations de refinancement.

5. Barro, R.J., 1979 : «On the Determination of Public Debts», *Journal of Political Economy*, vol. 87.

6. Evidemment, ce théorème repose sur des hypothèses tout à fait discutables, notamment celles selon lesquelles (i) les ménages internalisent la contrainte budgétaire de l'État, (ii) les impôts n'ont pas d'effet de distorsion ou d'éviction, (iii) le taux d'intérêt sur l'épargne correspond au taux d'intérêt sur les titres d'État et au taux d'intérêt sur les crédits des consommateurs et (iv) l'horizon de temps des individus est au moins aussi long que le temps de remboursement de la dette publique.

inchangé sur les deux périodes. Il est alors optimal pour le gouvernement de maintenir un taux d'imposition constant pour toutes les périodes («tax smoothing»). **Ainsi, le choix entre le financement par la dette ou l'impôt n'est plus neutre.** En revanche, les différents instruments d'endettement restent équivalents en l'absence d'incertitude sur les variables macroéconomiques et financières.

- Enfin, la prise en compte des incertitudes relatives aux dépenses publiques, à la production, aux prix ou encore aux taux d'intérêt conduit le gouvernement à minimiser la valeur actualisée des effets distorsifs issue de l'application d'une stratégie de financement, et donc **à préférer les titres permettant de couvrir les risques liés à ses besoins de financement.** Ainsi, l'État préférera émettre des titres dont le paiement sera faible lorsque les dépenses seront plus élevées (par exemple des obligations indexées sur le PIB). Plus généralement, l'endettement optimal de l'État dépend des corrélations entre le déficit primaire et les remboursements générés par les différents titres (cf. Missale, 1999)<sup>7</sup>. En l'absence de titres indexés sur le PIB, il convient d'analyser sous ce prisme les titres «conventionnels» (obligations nominales ou indexées sur l'inflation, de maturité longue ou courte (cf. Barro, 1997)<sup>8</sup>.

## 1.2 La gestion de la dette en pratique

En pratique, la politique budgétaire ne semble pas rechercher en premier lieu le lissage des taux d'imposition, mais plutôt le financement de la dette au coût le plus faible pour un risque -lié aux seules charges d'intérêts- raisonnable (cf. Wolswijk et de Haan, 2005)<sup>9</sup>. Du point de vue de la théorie de la taxation optimale, ce comportement peut aboutir à un résultat sous-optimal. Cependant, Wolswijk et de Haan reconnaissent que la mise en pratique de l'exploitation des corrélations entre grandeurs macroéconomiques et paiement des intérêts de la dette est difficile car ceci demande une bonne connaissance des chocs impactant l'économie. En outre, les canaux reliant ces chocs aux grandeurs macroéconomiques peuvent connaître d'importants changements tout au long du cycle de remboursement des titres. Pour Missale et Bacchiocchi (2005)<sup>10</sup>, le fait que la composition du portefeuille de dette de l'État ne corresponde pas aux préconisations de modèles simples proviendrait en partie des coûts générés par l'introduction de nouveaux titres ou par leur potentielle illiquidité.

**La réduction du coût à moyen terme se fait souvent en diminuant la durée de la dette.** Puisque

la courbe des taux a en moyenne une pente positive, les émissions de titres à court terme sont moins coûteuses que celles de titres à long terme. **Cependant, diminuer la durée du portefeuille de titres émis tend à augmenter le risque de refinancement**<sup>11</sup> : si les titres émis sont courts, le refinancement aura lieu plus souvent, ce qui augmente le risque de devoir émettre à des taux plus hauts.

**Mais l'État peut aussi réduire le coût de sa dette au niveau microéconomique en améliorant les caractéristiques du marché de la dette.** En particulier, une meilleure liquidité d'un titre en fait diminuer le rendement demandé par les investisseurs. La rémunération que ces derniers demandent peut également être diminuée par une offre de titres plus adaptée à leurs préférences (cf. Leong, 1999)<sup>12</sup>. Une autre prime incluse dans les taux est la prime de risque de crédit. **Des finances publiques saines -liant déficit public et montant total de dette maîtrisé- ont un effet modérateur sur cette dernière prime de risque.**

La pondération relative du coût par rapport au risque dépend de l'objectif de l'État, lequel n'est pas connu, ni même estimé de manière consensuelle. Pour Tobin (1963)<sup>13</sup>, le gouvernement devrait se concentrer sur la minimisation des coûts et la stabilisation macroéconomique et ignorer le risque puisque : «If anyone is in the position to be his own insurer, it is the Secretary of the Treasury»<sup>14</sup>. A l'inverse, selon Wheeler (1997)<sup>15</sup>, le gouvernement devrait avoir l'aversion au risque de l'électeur médian. Enfin, Cassard et Folkerts-Landau (1997)<sup>16</sup> suggèrent que le gouvernement devrait définir sa tolérance au risque en termes de charges d'intérêts et de volatilité maximales au delà desquelles la dynamique du budget est fragilisée et les objectifs de moyen-terme du gouvernement risquent de ne pas être atteints. Dans le même ordre d'idée, Missale et Bacchiocchi (2005) considèrent que l'objectif du gouvernement doit intégrer les coûts de l'instabilité du ratio dette sur PIB puisqu'une telle instabilité risque de mener ce ratio sur un chemin non-soutenable.

L'arbitrage entre coût et risque est une notion familière des milieux financiers et une littérature abondante a étudié celui-ci. **Des éléments spécifiques à la nature du gouvernement font néanmoins obstacle à une application directe de la théorie de la finance d'entreprise à la gestion de la dette de l'État** : les autorités ont un objectif plus large que la maximisation de la richesse totale ; l'horizon de déci-

7. Missale, A., 1999 : «Public Debt Management», *Oxford University Press*.

8. Barro, R.J., 1997 : «Optimal Mangement of Indexed and Nominal Debt» *NBER Working Paper n°6197*.

9. Wolswijk, G. et de Haan, J., 2005 : «Government debt mangement in the euro area : recent theoretical developments and changes in practice», *ECB Occasional Paper Series n°25*.

10. Missal, A. et Bacchiocchi, E., 2005 : «Managing Debt Stability», *CESifo Working Paper n°1388*.

11. De plus, la volatilité implicite est plus forte sur les taux courts que les taux longs.

12. Leong, D., 1999 : «Debt Management, Theory and Practice», *HM Treasury Occasional Paper n°10*.

13. Tobin, J., 1963 : «An Essay on Principles of Debt Management», *Fiscal and Debt Management Policies, Englewood Cliffs, pp. 143-218*.

14. «Si quelqu'un est capable d'être son propre assureur, c'est bien le Ministère des Finances».

15. Wheeler, Graeme, 1997 : «Sovereign Debt Management in New Zealand».

16. Cassard, M. et Folkerts-Landau, D., 1997 : «Risk Management of Sovereign Assets and Liabilities», *IMF Working Paper WP/97/166*.

sion de l'État est plus long que celui d'une entreprise du secteur privé ; les choix politiques du gouvernement peuvent rétroagir sur le coût de financement s'ils ont un impact sur les taux d'intérêt et l'inflation ; de plus, la taille et la nature de l'État en font un acteur «endogène» lorsqu'il intervient sur les marchés. Néanmoins il est utile de pouvoir présenter les choix publics aux décideurs politiques sous la forme d'arbitrage coût/risque. C'est l'objet de la suite de l'article.

## 2. Une modélisation de l'économie et de la courbe des taux

**Les évaluations de la gestion de la dette proposées ici reposent sur la simulation de scénarii économiques constituant autant de cadres dans lesquels les différentes stratégies d'endettement sont appliquées**<sup>17</sup>. La simulation d'un grand nombre de tels scénarii - en supposant que ces simulations sont cohérentes avec la dynamique future de l'économie sur la période de temps considérée - donne une idée de l'ensemble des trajectoires que pourraient suivre les principales variables économiques qui importent dans le contexte de gestion de la dette. On peut alors caractériser les différentes stratégies considérées par leurs performances moyennes réalisées sous ces différents scénarii.

La modélisation de l'environnement macroéconomique et financier peut se décomposer en différents blocs. Le bloc principal comprend les variables suivantes : croissance du PIB, inflation, taux court et spread de taux (différence entre le taux à 10 ans et le taux à trois mois). Deux blocs s'ajoutent à celui-ci : l'un construit les courbes de taux nominaux et réels et l'autre spécifie la dynamique du solde budgétaire primaire. Ces deux derniers blocs utilisent de manière exogène les variables déterminées par le bloc principal. L'organisation par blocs du modèle est précisée par le graphique 1.

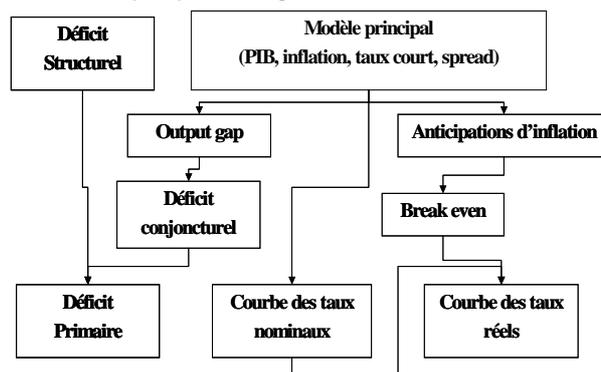
La modélisation du bloc principal se fait sous la forme d'un modèle Vectoriel Auto-Régressif (VAR) : introduit par Sims (1980)<sup>18</sup>, le VAR a été largement utilisé en macroéconométrie. Stock et Watson (2001)<sup>19</sup> le perçoivent comme un instrument puissant de description et de prévision de séries temporelles, mais soulignent qu'il reste difficile de distinguer corrélation et causalité dans cette modélisation.

17. Ce genre d'approche peut être qualifié d'analyse financière dynamique (Bolder, 2003 : «A Stochastic Simulation Framework for Debt Strategy», *Bank of Canada Working Paper n°2003-10*) dont une description est donnée par Black et Telmer, 1999 : «Liability Management Using Dynamic Portfolio Strategy», *Algo Research Quarterly* vol. 2, n°3.

18. Sims, C.A., 1980 : «Macroeconomics and Reality» *Econometrica*, *January*, vol. 48, n°1.

19. Stock, J.H. et Watson, M.W., 2001 : «Vector Autoregressions», *The Journal of Economic Perspectives*, vol. 15, n°4.

Graphique 1 : organisation du modèle



Plus précisément, deux approches ont été retenues .

### 2.1 Une approche plus économique : VAR structurel

**En introduisant certains enseignements de la pensée économique, les modèles VAR structurels (SVAR) permettent l'identification des chocs empiriques** tout en laissant jouer les interactions entre variables endogènes<sup>20</sup>. Dans notre contexte, l'aspect «structurel» du VAR est mis à profit pour dériver la composante conjoncturelle du déficit (cf. encadré). L'équilibre stationnaire du modèle VAR est fixée à une croissance du PIB de 2% (ce qui correspond à l'estimation de la croissance potentielle française faite à la DGTPE), une inflation de 2% (conforme à la cible actuelle de la Banque Centrale Européenne), un taux à 3 mois de 4% (taux dit de «la règle d'or» égal au taux de croissance nominale de l'économie) et une pente avec le taux 10 ans de 1,5% (moyenne historique de la pente des taux).

### 2.2 L'identification de deux régimes : VAR à changement de régime

**Dans le passé, on a observé la succession de deux régimes caractérisant les dynamiques liées de l'inflation, du PIB et des taux d'intérêt sur la période 1985-2004.** En moyenne, sous le premier régime, les taux d'intérêt ont été plus élevés, la courbe des taux moins pentue et l'inflation plus forte. Ce régime a prédominé en début de période et a inclut notamment les phases de crise du système monétaire européen pendant lesquelles les taux d'intérêt étaient relevés fortement pour défendre le taux de change du franc au sein du mécanisme de change. Les modèles à changements de régimes markoviens permettent justement d'appréhender l'existence de plusieurs régimes, **les paramètres de la modélisation dépendant d'une variable inobservable** qui suit un processus de Markov. L'utilisation de modèles à changements de régimes en macroéconomie s'est largement développée à la suite d'Hamilton (1989)<sup>21</sup> qui distingue un

20. voir Gali, J, 1992 : «How well does the IS-LM model fit postwar US data?» *Quarterly Journal of Economics*, vol. 107 et Gerlach, S. et Smets, F. 1995 : «The monetary transmission mechanism: evidence from the G7 countries», *CEPR Discussion Papers n°1219*.

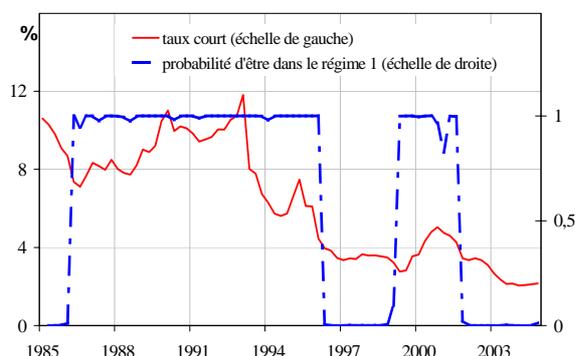
21. Hamilton, J.D., 1989 : «A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle», *Econometrica*, vol 57.

régime de récession et d'expansion dans la dynamique de la croissance du PIB américain.

Les résultats économétriques obtenus avec un modèle VAR à changement de régime confirment bien l'existence de ces deux régimes (cf graphique 2) et montrent en outre que le premier régime aurait réapparu entre 1999 et 2001, lors de la remontée des taux courts par la BCE, dans un contexte d'une relative « reprise » de l'inflation (après un infléchissement à partir de 1996).

L'estimation montre aussi que les deux états sont relativement persistants (la probabilité de rester dans le même régime est proche de 1) et que les durées de vie moyennes des deux régimes sont respectivement de 21 et 12 trimestres.

Graphique 2 : évolution des taux et régimes<sup>1</sup>



Source : datastream, AFT

Tableau 1 : valeurs de long terme dans les deux modèles

	VAR (1)	Régime bas du SVAR (2a)	Régime haut du SVAR (2b)
Croissance du PIB	2%	1,8%	3,1%
Inflation	2%	1,6%	2,2%
Taux à 3 mois	4%	3,6%	5,7%
Taux à 10 ans	5,5%	5,0%	6,9%

Note de lecture :

- Dans le cas du SVAR, les quatre séries fluctuent de manière stationnaire autour des quatre valeurs de la colonne 1.
- Dans le cas du MSVAR, en fonction du régime, bas ou haut, les séries fluctuent respectivement autour des valeurs des colonnes 2a et 2b.

Enfin, la courbe des taux est reconstituée à partir des taux à 3 mois et à 10 ans par l'économétrie<sup>22</sup>. Cette méthode explique plus de 97% de la variance des taux à 1,2 et 5 ans et 90% de la variance des taux à 30 ans

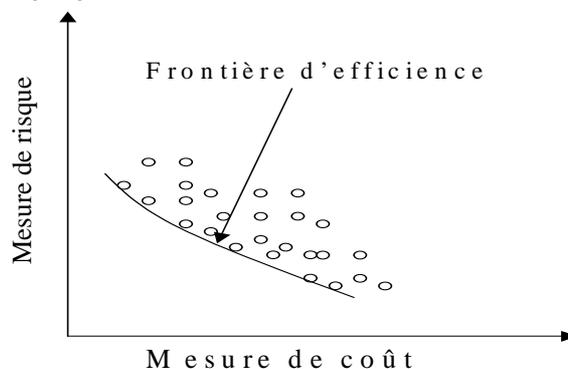
22. Plus précisément, les taux à 1, 2, 5 et 30 ans ont simplement été régressés par la méthode des moindres carrés ordinaires sur le taux court et le spread entre les taux à 3 mois et à 10 ans. Naturellement, cette méthode simple n'intègre pas de contraintes du type « absence d'opportunité d'arbitrage » (AOA) présentes dans les modèles affines de taux (cf. notamment Ang, A., Piazzesi, M. et Wei, M., 2004, NBER Working Paper n°10672, Diebold, Piazzesi et Rudebusch, 2005, NBER Working Paper n°11089). Ces modèles consistent à extraire un petit nombre de facteurs latents (deux ou trois) des séries de taux aux différentes échéances. Ces facteurs communs permettent ensuite de reconstituer une courbe de taux cohérente avec le principe d'AOA.

### 3. La comparaison des stratégies d'endettement

#### 3.1 Frontière d'efficience

**La comparaison des stratégies se fait en termes de coût et de risque.** La frontière d'efficience désigne l'ensemble des stratégies caractérisées par un niveau de coût minimal pour un niveau de risque donné. Une stratégie est préférée à une autre si elle est moins coûteuse et moins risquée. Le choix entre deux stratégies dont l'une est moins risquée mais plus coûteuse dépend de l'aversion au risque du décideur. Néanmoins, la connaissance de la frontière d'efficience est tout de même importante puisqu'elle permet d'éliminer les stratégies « strictement dominées », c'est à dire plus risquées pour un coût égal. Le graphique 3 montre comment la frontière d'efficience est obtenue après avoir représenté chacune des stratégies dans le plan coût risque :

Graphique 3 : illustration de la frontière d'efficience



Se pose d'entrée la question de la mesure du coût et du risque. En la matière, suivant les notions retenues de coût et de risque, certaines stratégies peuvent s'avérer préférables à d'autres ou non.

**En ce qui concerne le coût de la dette, il semble légitime de le mesurer soit du point de vue du gestionnaire de la dette comme la moyenne de la charge d'intérêt sur une période donnée soit du point de vue du ministère du budget comme la moyenne du solde budgétaire.**

#### 3.2 Définition du risque

La question de la mesure du risque est plus complexe. D'une part, il y a plusieurs façons de mesurer un risque sur une variable aléatoire donnée :

- **le Cost-at-Risk (CaR).** Cette grandeur correspond au coût maximal atteignable avec une probabilité donnée (typiquement 90 ou 95%). Autrement dit, il y a une probabilité de 95% pour que le coût ne dépasse pas cette valeur. Cette définition est dite du CaR absolu<sup>23</sup>.
- **l'écart-type de la distribution des charges**

23. Une autre mesure de risque est celle du CaR relatif, qui correspond à la différence maximale (avec une probabilité donnée) entre le coût réalisé et sa moyenne. Ces deux définitions n'aboutissent pas forcément à la même hiérarchisation des stratégies en termes de risque.

**d'intérêts à un horizon donné.** Cette mesure classique de dispersion pourra donner des résultats différents de ceux obtenus par les CaR si les distributions de coûts ne sont pas normales, en particulier si elles sont asymétriques<sup>24</sup>.

- **la volatilité des charges d'intérêts.** Celle-ci donne la variation annuelle moyenne de la série considérée.

### 3.3 Résultats : la part d'obligations indexées

**Le choix de la variable dont on mesure le risque n'est pas neutre, les résultats pouvant différer suivant que l'on considère la charge d'intérêt ou le solde budgétaire.** Plus précisément, la méthode est appliquée pour étudier les implications, en termes de coût et de risque, d'une variation de la part d'obligations émises sous la forme d'obligations indexées. **En théorie une plus grande émission d'obligations indexées permet de diminuer le coût moyen de la dette grâce à l'économie de la prime de risque.** En effet, à la différence des obligations nominales, les obligations indexées couvrent l'investisseur contre le risque d'inflation. L'aversion au risque de l'investisseur lui fait demander un rendement supérieur (une prime de risque) pour tout risque additionnel que comporte un titre dont il fait l'acquisition<sup>25</sup>. Du point de vue de l'État, émettre des obligations indexées permet donc d'économiser cette prime de risque.

**En revanche, l'impact en termes de risque d'une augmentation de la part d'obligations indexées émises est, a priori, moins évident.** Le nombre de corrélations à prendre en compte pour calculer cet impact dépasse rapidement les capacités analytiques, c'est pourquoi la mise en œuvre de simulations est nécessaire pour déterminer la variabilité induite par telle ou telle stratégie. Dans la mesure où les paiements générés par des obligations indexées varient avec l'inflation, on peut toutefois raisonnablement attendre d'une émission accrue d'obligations indexées une hausse de la variabilité des charges d'intérêt. L'impact sur la variabilité du solde budgétaire (incluant charges d'intérêt et solde primaire) est quant à lui assez difficile à prévoir<sup>26</sup>, du fait du lissage budgétaire provenant de l'exposition à l'inflation : **augmenter cette part ne conduit pas forcément à une hausse de la variabilité du solde budgétaire** car en haut de cycle, le service de la dette liée à l'inflation est

plus élevé en moyenne et vient lisser les gains budgétaires provenant de meilleures rentrées fiscales.

Le tableau 2 synthétise les résultats obtenus. Des stratégies se différenciant par des parts d'obligations indexées différentes ont été alternativement appliquées sous 4000 trajectoires simulées que pourrait emprunter l'économie ces 10 prochaines années.

**Conformément aux attentes, les simulations suggèrent qu'une augmentation de la part d'obligations indexées diminue légèrement le coût<sup>27</sup> mais induit également une hausse de la variabilité des charges d'intérêt.** Graphiquement, lorsque les stratégies sont placées dans le plan coût-risque (le coût croissant avec les abscisses et le risque avec les ordonnées), elles forment en effet une courbe décroissante. La part optimale d'obligations indexées dépend donc de l'aversion pour le risque de l'État. Si cette aversion est très grande, la part d'indexée doit être nulle. Si elle est faible, la part d'indexée peut être très importante.

Tableau 2 : récapitulatif des résultats

Grandeur dont la variabilité constitue la mesure de risque	Charges d'intérêt		Solde budgétaire	
	SVAR	MSVAR	SVAR	MSVAR
Écart-type	FE	FE	5%	FE
Volatilité	5%	FE	20%	15%
CaR	FE	FE	5%	40%
CaRR	FE	FE	FE	FE

Note de lecture : La mention FE (pour «frontière d'efficacité») signifie que, dans le plan coût-risque, les stratégies correspondant à diverses parts d'obligations indexées forment une courbe décroissante. En d'autres termes, toute diminution de coût engendrée par une modification de la part d'indexées entraîne une augmentation du risque. Un pourcentage signifie que dans un premier temps (en partant d'une part nulle d'obligations indexées, et tant que la part indexée de la dette est inférieure à ce pourcentage), augmenter la part indexée de la dette permet de diminuer à la fois le coût moyen et le risque encouru.

**En revanche, une même augmentation de la part indexée de la dette a un effet plus mitigé sur les mesures de risque associées à la variabilité du solde budgétaire :** dans ce cas et pour plusieurs de ces mesures, les stratégies, placées dans le plan coût-risque, forment une courbe en U (cf. tableau 2). Ces courbes présentent alors un minimum, noté A sur le graphique 4. Puisque, en économisant la prime de risque d'inflation, l'État diminue le coût moyen de la

24. L'asymétrie des queues de cette distribution peut être mesurée par la «skewness». Si cette grandeur est positive, la probabilité que la variable aléatoire prenne des grandes valeurs est plus élevée que la probabilité que cette variable aléatoire prenne de faibles valeurs.

25. De nombreuses études tentent d'estimer empiriquement cette prime de risque (voir par exemple Campbell, J.Y. et Shiller, R.J., 1996, NBER n°5587, Ang, A. et Beckaert, G., 2004, CEPR n°4518 ou encore Burashi, A. et Jiltsov, A., 2004, Journal of Financial Economics, vol. 64-2). En fonction de la méthode retenue et de la période considérée pour l'estimation, les résultats sont très différents. Dans une étude récente, Cappiello et Guéné (2005, ECB Working Paper n°436) estiment une prime de risque d'inflation d'environ 20 points de base en France entre 1985 et 2003. Dans nos simulations, nous avons retenu cette valeur, en supposant que cette dernière est constante sur la période de simulation.

26. Les seules corrélations (instantanées) entre le solde conjoncturel, l'inflation et les taux d'intérêt nominaux ne sont pas suffisantes pour prévoir cet impact. En effet, l'émission d'une obligation génère des paiements d'intérêt sur plusieurs années, aussi faut-il prendre en compte l'ensemble des corrélations entre ces variables à des dates décalées. De surcroît, le bouclage permanent caractérisant la dynamique de la dette publique complexifie aussi l'évaluation de l'impact. En conséquence, dès que le nombre de titres considérés dépasse deux et que la maturité de ceux-ci s'éloigne de 2 périodes, le calcul «à la main» devient extrêmement laborieux.

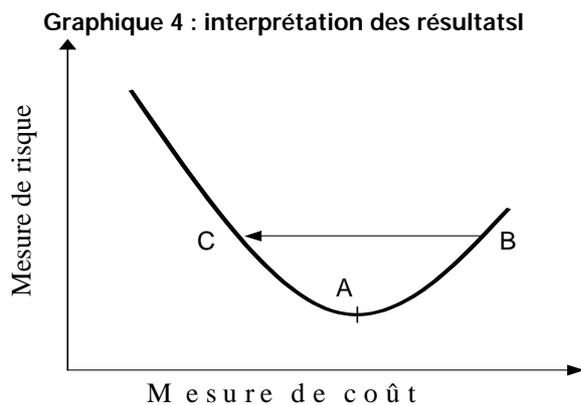
27. Lorsque la part indexée de l'encours de dette passe de 0% à 60%, la charge moyenne des intérêts de la dette serait allégée d'une dizaine de points de pourcentage (0,10%) du PIB. Il faut toutefois noter que ce résultat est assez largement dépendant de l'hypothèse faite sur la prime de risque d'inflation.

dette en émettant plus d'obligations indexées, les stratégies correspondant aux points situés à gauche de A se caractérisent par une part de dette indexée supérieure à celle impliquée par la stratégie A. Toutes les stratégies situées à droite du point A sont inefficaces puisque pour chacune d'entre elle (par exemple B), il existe une stratégie de la courbe induisant un coût moindre pour le même niveau de risque (en l'occurrence C). Ainsi, si le risque pertinent à prendre en compte est effectivement lié à la variabilité du solde budgétaire -et non à celle des seules charges d'intérêt- une émission d'environ 20% d'obligations indexées (en moyenne sur les différentes mesures de risque retenues) est préconisée par les résultats des simulations

Si les estimations précédentes affichent une certaine robustesse dans l'ensemble aux choix méthodologiques, elles reposent sur un grand nombre d'hypothèses concernant la dynamique des variables macroéconomiques et financières de ces prochaines décennies. Par ailleurs, elles ne permettent pas de quantifier des éléments comme la diversification de la base d'investisseurs ou le service rendu au marché en élargissant la palette des instruments de couverture.

**Jean-Paul RENNE**  
**Nicolas SAGNES**

Directeur de la Publication : Philippe BOUYOUX  
Rédacteur en chef : Philippe GUDIN DE VALLERIN  
Mise en page : Maryse DOS SANTOS  
(01.44.87.18.51)



### Modélisation du solde budgétaire primaire

Nous décomposons le solde budgétaire primaire en une composante structurelle et une composante conjoncturelle. Formellement :

$$sp_t = spc_t + sps_t$$

A partir d'une évaluation des élasticités des recettes et des dépenses budgétaires aux variations de la conjoncture (cf. Van den Noord, 2000)<sup>a</sup>, on peut estimer les variations du solde public liées aux fluctuations conjoncturelles de l'économie, ces dernières étant traduites par l'écart de production ou *output gap*<sup>b</sup>. Un rapport de la commission européenne portant sur les finances publiques en zone euro (2002, Public Finances in EMU, n°3/2002) souligne le consensus selon lequel l'élasticité des recettes publiques à l'activité économique est de 0,5 (voir également Bruno, 1999)<sup>c</sup>. Nous avons donc modélisé donc le solde primaire conjoncturel (en points de PIB) de la manière suivante :

$$spc_t = 0,5 \times og_t$$

où  $og_t$  est l'écart de production. Il faut noter que l'écart de production dépend de la méthode utilisée pour l'estimer. Puisque leur impact sur le PIB n'est que transitoire, les chocs de demande ne doivent pas affecter le PIB potentiel. A l'inverse, les chocs d'offre sont susceptibles d'affecter durablement la production, et, partant, la production potentielle. Si la méthode de filtrage utilisée pour estimer l'écart de production ne peut distinguer les différents types de choc, un biais sera introduit. Par exemple, si l'économie est soumise à un important choc de demande, la production potentielle estimée augmentera (à tort), entraînant une sous-estimation de l'écart de production. Afin de minimiser ce biais, une méthode se caractérisant par une faible procyclicité est préférable. A l'inverse, une procyclicité trop faible risque d'induire un biais opposé dans le cas d'un choc technologique -c'est à dire un choc d'offre ayant un impact durable sur la production.

En extrayant de manière cohérente avec la théorie économique les chocs d'offre de l'ensemble des chocs affectant l'économie<sup>d</sup>, le VAR structurel permet de dériver un écart de production limitant les biais mentionnés plus haut.

- Van den Noord, P., 2000. The size and role of automatic stabilizers in the 1990s and beyond. OECD Economic Department WP n°230.
- Lorsque le niveau du PIB est inférieur à son niveau potentiel, un déficit de recettes fiscales et sociales et un surplus de dépenses publiques (celles liées à l'indemnisation du chômage notamment) apparaissent. Au contraire, lorsque le PIB effectif est supérieur à son niveau potentiel, on enregistre un surplus de recettes fiscales et sociales et des dépenses plus faibles.
- Bruno, C., 1999. Les déficits publics en Europe: suggestions pour un nouvel indicateur de l'orientation de la politique budgétaire. Documents de travail de l'OFCE n°1999-05.
- Les chocs d'offre sont supposés être les seuls ayant un impact à long terme sur le PIB réel, à la différence des autres chocs, nominaux ou de demande.